

«УТВЕРЖДАЮ»
 Директор
 Федерального института
 педагогических измерений



А.Г. Ершов
 2011 г.

«СОГЛАСОВАНО»
 Председатель
 Научно-методического совета
 ФИПИ по математике

А.Л. Семенов
 « 1 » ноября 2011 г.

Государственная (итоговая) аттестация 2012 года (в новой форме)
 по МАТЕМАТИКЕ обучающихся, освоивших основные
 общеобразовательные программы

Демонстрационный вариант
 экзаменационной работы для проведения в 2012 году
 государственной (итоговой) аттестации (в новой форме)
 по МАТЕМАТИКЕ обучающихся, освоивших основные
 общеобразовательные программы основного общего
 образования

подготовлен Федеральным государственным научным учреждением
 «ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

Демонстрационный вариант
 экзаменационной работы для проведения в 2012 году
 государственной (итоговой) аттестации (в новой форме)
 по МАТЕМАТИКЕ обучающихся, освоивших основные
 общеобразовательные программы основного общего образования

Пояснения к демонстрационному варианту экзаменационной работы

При ознакомлении с демонстрационным вариантом следует иметь в виду, что включённые в него задания не отражают всех элементов содержания, которые будут проверяться с помощью вариантов КИМ в 2012 году. Разделы содержания, на которых базируются контрольные измерительные материалы, определены в спецификации; полный перечень соответствующих элементов содержания и умений, которые могут контролироваться на экзамене 2012 года, приведён в кодификаторах, размещённых на сайте: www.fipi.ru.

Демонстрационный вариант предназначен для того, чтобы дать возможность участнику экзамена и широкой общественности составить представление о структуре будущей экзаменационной работы, числе и форме заданий, а также их уровне сложности. Эти сведения дают возможность выработать стратегию подготовки к сдаче экзамена по математике.

Демонстрационный вариант 2012 года**Инструкция по выполнению работы**

Работа состоит из двух частей. В первой части 18 заданий, во второй – 5 заданий. На выполнение всей работы отводится 4 часа (240 минут).

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Если задание содержит рисунок, то на нём можно выполнять необходимые Вам построения.

Часть 1 включает 14 заданий с кратким ответом, 3 задания с выбором одного верного ответа из четырёх предложенных (задания 4, 5, 10) и одно задание на соотнесение (задание 12).

При выполнении заданий 1–16 части ответы укажите сначала на листах с заданиями экзаменационной работы, а затем перенесите в бланк № 1.

Для заданий с выбором ответа в бланке ответов № 1 поставьте знак «х» в клеточку, номер которой соответствует номеру выбранного Вами ответа.

Если варианты ответа к заданию не приводятся, то полученный результат сначала впишите в текст работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения указывать не нужно.

В задании 12 требуется соотнести некоторые объекты (графики, обозначенные буквами А, Б, В, и формулы, обозначенные цифрами 1, 2, 3, 4). Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру, а затем перенесите получившуюся последовательность цифр (без пробелов и использования других символов), например, 123, в бланк ответов № 1.

Ответом к заданию 15 является последовательность номеров верных утверждений, записанных без пробелов и использования других символов, например: 1234.

Ответы к заданиям 17 и 18 запишите на бланке ответов № 2.

Решения к заданиям части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Желаем успеха!

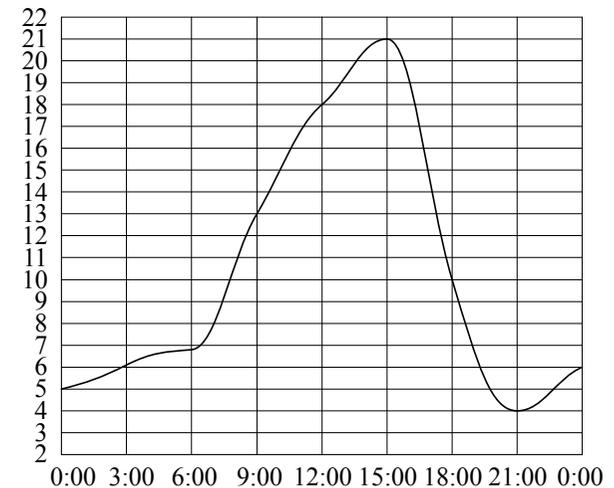
Часть 1

При выполнении заданий 1–16 используйте бланк ответов № 1.

1 Найдите значение выражения $\frac{0,3 \cdot 4,4}{0,8}$.

Ответ: _____.

- 2** На рисунке показано, как изменялась температура воздуха на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Найдите разность между наибольшим значением температуры и наименьшим.

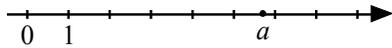


Ответ: _____.

- 3** Стоимость проезда в пригородном электропоезде составляет 198 рублей. Школьникам предоставляется скидка 50%. Сколько рублей стоит проезд группы из 4 взрослых и 12 школьников?

Ответ: _____.

4 На координатной прямой отмечено число a .



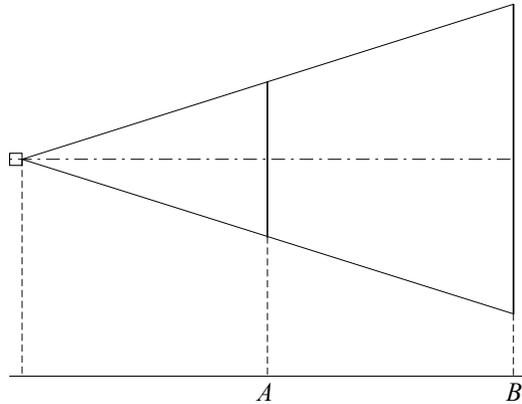
Какое из утверждений относительно этого числа является верным?

- 1) $a - 3 > 0$
- 2) $6 - a < 0$
- 3) $a - 7 > 0$
- 4) $4 - a > 0$

5 Укажите наибольшее из чисел:

- 1) 4
- 2) $\sqrt{23}$
- 3) $3\sqrt{7}$
- 4) $2\sqrt{9}$

6 Проектор полностью освещает экран A высотой 80 см, расположенный на расстоянии 250 см от проектора. На каком наименьшем расстоянии (в сантиметрах) от проектора нужно расположить экран B высотой 160 см, чтобы он был полностью освещён, если настройки проектора остаются неизменными?

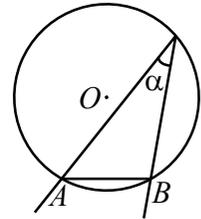


Ответ: _____.

7 Решите уравнение $5 - 2x = 11 - 7(x + 2)$.

Ответ: _____.

8 Найдите величину (в градусах) вписанного угла α , опирающегося на хорду AB , равную радиусу окружности.



Ответ: _____.

9 Упростите выражение $\frac{ab}{a+b} \cdot \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)$ и найдите его значение при $a = \sqrt{3} - 1$, $b = \sqrt{3} + 1$.

Ответ: _____.

10 Завуч школы подвёл итоги контрольной работы по математике в 9-х классах. Результаты представлены на круговой диаграмме.



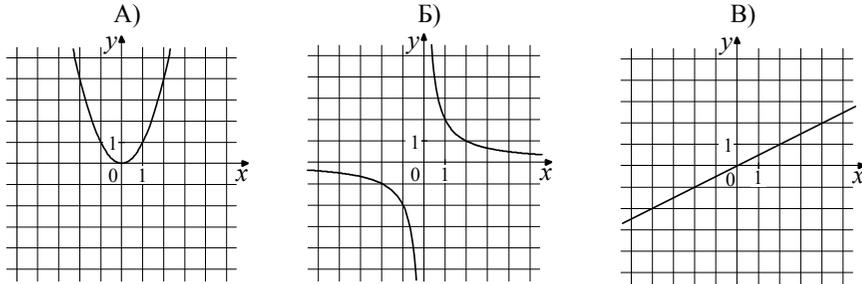
Сколько примерно учащихся получили положительную отметку «3», «4» или «5», если всего в школе 120 девятиклассников?

- 1) более 100 учащихся
- 2) около 70 учащихся
- 3) около 90 учащихся
- 4) менее 60 учащихся

11 На тарелке лежат пирожки, одинаковые на вид: 4 с мясом, 8 с капустой и 3 с вишней. Петя наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с вишней.

Ответ: _____.

12 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.



- 1) $y = x^2$ 2) $y = \frac{x}{2}$ 3) $y = \sqrt{x}$ 4) $y = \frac{2}{x}$

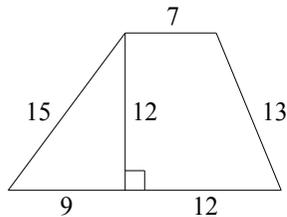
Ответ:

А	Б	В

13 Дана арифметическая прогрессия: 3, 7, 11, ... Найдите сумму первых пяти её членов.

Ответ: _____.

14 Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



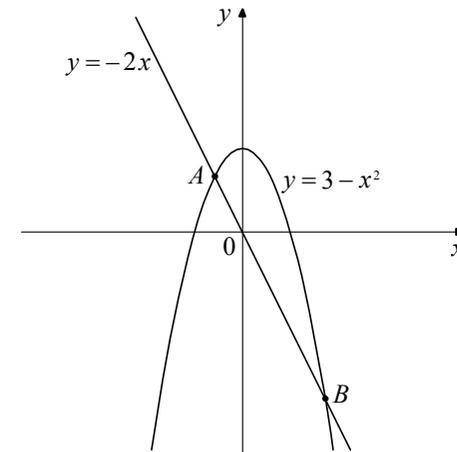
Ответ: _____.

15 Укажите номера **верных** утверждений.

- 1) Диагонали параллелограмма равны.
- 2) Два различных диаметра окружности пересекаются в точке, являющейся центром этой окружности.
- 3) Сумма углов трапеции равна 360° .
- 4) Площадь прямоугольного треугольника равна произведению катетов.
- 5) Синус острого угла прямоугольного треугольника равен отношению противолежащего катета к гипотенузе.

Ответ: _____.

16 На рисунке изображены графики функций $y = 3 - x^2$ и $y = -2x$. Вычислите координаты точки B .



Ответ: _____.

Не забудьте перенести ответы на задания 1–16 в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 17–18 используйте бланк ответов № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите ответ.

17 Из формулы площади треугольника $S = \frac{abc}{4R}$ выразите длину стороны b .

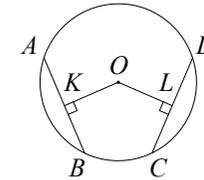
18 Решите неравенство $x^2 - 100 \leq 0$.

Часть 2

При выполнении заданий 19–23 используйте бланк ответов № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

19 Сократите дробь $\frac{18^{n+3}}{3^{2n+5} \cdot 2^{n-2}}$.

20 В окружности с центром O проведены две равные хорды AB и CD . На эти хорды опущены перпендикуляры OK и OL соответственно. Докажите, что OK и OL равны.



21 Из пункта A в пункт B , расстояние между которыми 80 км, выехал автобус. В середине пути он был задержан на 10 минут, но, увеличив скорость на 20 км/ч, прибыл в пункт B вовремя. С какой скоростью автобус проехал первую половину пути?

22 Постройте график функции $y = \frac{x^4 - 13x^2 + 36}{(x-3)(x+2)}$ и определите, при каких значениях параметра c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

23 Площадь треугольника ABC равна 40. Биссектриса AD пересекает медиану BK в точке E , при этом $BD : CD = 3 : 2$. Найдите площадь четырёхугольника $EDCK$.

Система оценивания экзаменационной работы по математике

Ответы к заданиям части 1

Номер задания	Правильный ответ
1	1,65
2	17
3	1980
4	1
5	3
6	500
7	-1,6
8	30
9	-2
10	3
11	0,2
12	142
13	55
14	168
15	235
16	(3; -6)
17	$b = \frac{4SR}{ac}$
18	$[-10; 10]$

Решения и критерии оценивания заданий части 2

19 Сократите дробь $\frac{18^{n+3}}{3^{2n+5} \cdot 2^{n-2}}$.

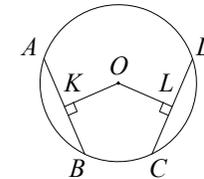
Ответ: 96.

Решение.

$$\frac{18^{n+3}}{3^{2n+5} \cdot 2^{n-2}} = \frac{(9 \cdot 2)^{n+3}}{3^{2n+5} \cdot 2^{n-2}} = \frac{3^{2n+6} \cdot 2^{n+3}}{3^{2n+5} \cdot 2^{n-2}} = 3^{2n+6-(2n+5)} \cdot 2^{n+3-(n-2)} = 3 \cdot 2^5 = 96.$$

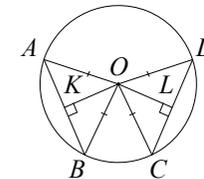
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Правильно выполнены преобразования, получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера (например, при вычитании), с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	2

- 20 В окружности с центром O проведены две равные хорды AB и CD . На эти хорды опущены перпендикуляры OK и OL соответственно. Докажите, что OK и OL равны.



Решение.

Проведём радиусы OA , OB , OC , OD . Треугольники AOB и COD равны по трём сторонам. OK и OL — их высоты, проведённые к равным сторонам, следовательно, они равны как соответственные элементы равных треугольников.



Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Доказательство верное	3
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

- 21** Из пункта A в пункт B , расстояние между которыми 80 км, выехал автобус. В середине пути он был задержан на 10 минут, но, увеличив скорость на 20 км/ч, прибыл в пункт B вовремя. С какой скоростью автобус проехал первую половину пути?

Ответ: 60 км/ч.

Решение.

Пусть x (км/ч) — скорость, с которой автобус проехал первую половину пути, тогда скорость на второй половине пути — $x+20$ (км/ч). Первую половину пути автобус проехал за $\frac{40}{x}$ ч, а вторую за $\frac{40}{x+20}$ ч. Из условия

следует, что $\frac{40}{x} - \frac{40}{x+20} = \frac{1}{6}$. Решим это уравнение:

$$\frac{800}{x(x+20)} = \frac{1}{6}; \quad \frac{4800}{x(x+20)} = 1; \quad x^2 + 20x - 4800 = 0; \quad x_1 = 60; \quad x_2 = -80.$$

Так как x — величина положительная, то второй корень уравнения не соответствует условию задачи.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Правильно составлено уравнение, получен верный ответ	3
Правильно составлено уравнение, но при его решении допущена вычислительная ошибка, с её учётом решение доведено до ответа	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	3

- 22** Постройте график функции $y = \frac{x^4 - 13x^2 + 36}{(x-3)(x+2)}$ и определите, при каких значениях параметра c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Ответ: $-6,25$; -4 ; 6 .

Решение.

Разложим числитель дроби на множители:

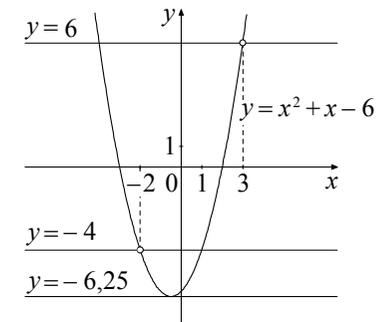
$$x^4 - 13x^2 + 36 = (x^2 - 4)(x^2 - 9) = (x-2)(x+2)(x-3)(x+3).$$

При $x \neq 3$, $x \neq -2$ исходная функция

принимает вид $y = (x+3)(x-2)$, её график — парабола, из которой выколоты точки $(3; 6)$ и $(-2; -4)$.

Прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку либо тогда, когда проходит через вершину параболы, либо тогда, когда пересекает параболу в двух точках, одна из которых — выколотая. Вершина параболы имеет координаты $(-0,5; -6,25)$.

Поэтому $c = -6,25$, $c = -4$ или $c = 6$.



Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
График построен правильно, верно указаны все требуемые значения c	4
График построен правильно, указаны не все верные значения c	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4

- 23 Площадь треугольника ABC равна 40. Биссектриса AD пересекает медиану BK в точке E , при этом $BD:CD=3:2$. Найдите площадь четырёхугольника $EDCK$.

Ответ: 11.

Решение.

Пусть $AK = KC = x$. По свойству биссектрисы $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD} = \frac{3}{2}$, откуда

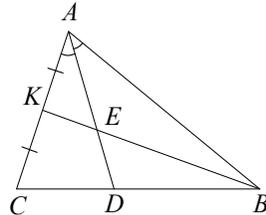
$AB = 3x$. Из треугольника ABK , где AE –

биссектриса, находим, что $\frac{BE}{KE} = \frac{AB}{AK} = 3$.

Пусть S — площадь треугольника ABC , тогда

$$S_{ACD} = \frac{CD}{CB} \cdot S = \frac{2}{5}S;$$

$$S_{AKE} = \frac{KE}{BK} \cdot S_{ABK} = \frac{KE}{BK} \cdot \frac{AK}{AC} \cdot S = \frac{S}{8}.$$



Таким образом, $S_{EDCK} = S_{ACD} - S_{AKE} = \frac{2}{5}S - \frac{S}{8} = \frac{11}{40}S = 11$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Решение задачи верное, все его шаги обоснованы, получен верный ответ	4
Решение задачи в целом верное, получен верный ответ, но решение обосновано недостаточно; или: решение задачи в целом верное, но допущена одна вычислительная ошибка, из-за которой получен неверный ответ	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0
<i>Максимальный балл</i>	4